

1 Espaces vectoriels préhilbertiens complexes

Reprise des notions vues sur $\mathbb{R}$ et généralisation à $\mathbb{C}$:

Forme sesquilinéaire hermitienne définie positive, produit scalaire sur un $\mathbb{C}$ -ev, inégalité de Cauchy-Schwarz, espace de Hilbert. Orthogonalité, projection orthogonale, distance d'un vecteur à un sev, construction de familles orthogonales.

2 Séries de Fourier

- Espace préhilbertien $\mathcal{C}_{2\pi}$: bon des FPT en les $e^{ik\bullet}$, $k \in \mathbb{Z}$ et famille orthogonale des $\cos(k\bullet), \sin(k\bullet)$, $k \in \mathbb{N}$. Norme de la CV en moyenne et de la CV en moyenne quadratique.
- Pseudo PS sur $\mathcal{CM}_{2\pi}$.
- Coefficients de Fourier sous forme exponentielle et propriétés, inégalité de Bessel. Cas d'une fonction dérivable.
- Coefficients de Fourier sous forme trigonométrique.
- Cas d'une fonction T -périodique.
- Théorèmes de convergence : Théorème de Parseval, égalité de Parseval-Bessel, isométrie injective $\left| \begin{array}{ccc} \mathcal{C}_{2\pi} & \longrightarrow & \ell^2(\mathbb{Z}) \\ f & \longmapsto & \widehat{f} \end{array} \right.$.

Théorème de Dirichlet (CVS) (admis).

Etude de la CVN avec le cas des séries trigonométriques

- Exemples avec $t \mapsto |t|$ sur $[-\pi, \pi]$ et 2π périodique, puis $t \mapsto 1$ sur $[0, \pi[$ et impaire, 2π périodique

Calcul différentiel

- Continuité selon un vecteur, applications partielles en un point, exemples de continuité.
- Différentiabilité en un point, exemples avec $A \mapsto A^3$, $A \mapsto A^{-1}$. Dérivée selon un vecteur.
- Dérivées partielles en a . Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ et opérations. Fonctions coordonnées, matrices jacobiniennes.
- Difféomorphismes, théorème d'inversion (admis).
- Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$, thm de Schwarz (admis). $\mathcal{C}^k$ -difféomorphisme.