Colle de Mathématiques: ⋄ $\mathcal{MP}$ ⋄ **2004/2005**

Semaine du 24/01/05 au 28/01/05

Primitives et applications:

- Primitive d'une fonction continue sur un intervalle, étude de $\int_a^{\bullet} f(t)\,\mathrm{d}t$ avec cas particulier des fonctions continues par morceaux sur I.
- Intégration par parties, changements de variables.
- Inégalité des accroissements finis avec extension aux fonctions continues, $\mathcal{C}^1$ par morceaux sur $[a,b]$. Limite de la dérivée.
- Formules de Taylor avec reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange, formule de Taylor-Young.
- Application aux DL : révision de sup, intégration de DL.
- Etude de l'application $\left| \begin{array}{ccc}]-\pi,\pi[& \longrightarrow & \mathbb{U}\setminus\{-1\} \\ \theta & \longmapsto & e^{i\theta} \end{array} \right.$ et application au théorème du relèvement.

Equations différentielles linéaires:

- Etude de l'équation $X'(t) = A(t)X(t) + B(t)$ où $A : I \to \mathcal{M}_n(\mathbb{K}), B : I \to \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$. Ecriture développée, intégrale.
- Si X et X^* coincident en un point, alors elles coincident partout. Condition de Cauchy.
- Système fondamental de solutions.
- Solutions d'une EDL. Méthode de variation des constantes : aspect théorique et pratique. Définition du wronskien.
- Système différentiel à coefficients constants. Solutions à l'aide de e^{tA} ; cas particulier où A diagonalisable, puis trigonalisable.
- Equations linéaires scalaires d'ordre 1, d'ordre 2. Méthode de variations des constantes, méthode de Lagrange.
- EDL d'ordre 2 à coefficients constants : révisions de 1ère année.

Colle de Mathématiques: ⋄ $\mathcal{MP}$ ⋄ **2004/2005**

Semaine du 31/01/05 au 04/02/05

Equations différentielles linéaires:

Révision du programme précédent.

Equations différentielles non linéaires:

- Equation différentielle vectorielle d'ordre p. Equation rapportée à l'ordre 1. Solution maximale. Classe des solutions.
- Problème de Cauchy. Thm de Cauchy-Lipschitz (admis). Cas particulier des équations $x' = f(t,x)$ et $x'' = f(t,x,x')$.
- Ecriture intégrale des solutions. Cas de prolongement des solutions.
- ED associée à une forme différentielle exacte : $p(x,y) + q(x,y)y' = 0$; équations à variables séparables.
- Equations autonomes : orbites, espace des phases, point d'équilibre ; invariance des solutions par translation du temps.

  Exemples avec $x' = f(x)$, $\left\{ \begin{array}{l} x' = f(x,y) \\ y' = g(x,y) \end{array} \right.$.

  Application à l'équation de Volterra : $\left\{ \begin{array}{l} x' = x(1-y) \\ y' = (x-1)y \end{array} \right.$