**Colle de Mathématiques:** ⋄ $\mathcal{MP}$ ⋄ **2004/2005**

*Semaine du 13/12/04 au 17/12/04*

# Problème de densité uniforme:

- Définitions de fonctions en escaliers, continues par morceaux, affines par morceaux. Propriétés élémentaires.
- Densité de $\mathcal{E}([a,b])$ dans $\mathcal{C}_m([a,b])$ pour la norme $||.||_\infty$.
- Densité des continues affines par morceaux sur $[a,b]$ dans $\mathcal{C}([a,b])$ pour la norme $||.||_\infty$.
- Lemme de Riemann-Lebesgue.
- Densité des fonctions polynomiales : Polynômes de Bernstein, théorème d'approximation (non exigible mais conseillé !).

Application au théorème de Weierstrass. Exemple d'application avec $\int_0^1 f(t)t^n \, \mathrm{d}t = 0$....

- Densité des fonctions polynomiales trigonométriques : produit de convolution et application aux FPT denses dans les continues $2\pi$-périodique pour la norme $||.||_\infty$.

# Séries de fonctions:

- Divers modes de convergence : CVS, CVU, CVN. Liens.
- Traduction des propriétés connues : limite, continuité, dérivabilité, intégrabilité.
- Etude de la fonction $\zeta$ de Riemann : domaine de déf, limite en $1^+$ et en $+\infty$, mode de convergence, $\zeta \in \mathcal{C}^\infty(]1,+\infty[)$, partie principale en $1^+$.
- Compléments sur les séries vectorielles : Continuité de $\left| \begin{array}{ccc} B(0,1) & \longrightarrow & A \\ a & \longmapsto & (1_A - a)^{-1} \end{array} \right.$ et $\left| \begin{array}{ccc} A & \longrightarrow & A \\ a & \longmapsto & \exp(a) \end{array} \right.$ avec $A$ algèbre normée de dim finie.

---

**Colle de Mathématiques:** ⋄ $\mathcal{MP}$ ⋄ **2004/2005**

*Semaine du 03/01/05 au 07/01/05*

# Révisions:

- Topologie, suites et séries numériques, suites et séries de fonctions.
- Théorie des e.v, réduction, diagonalisation, trigonalisation.

# Dérivation des fonctions vectorielles:

Cette partie concerne des révisions et quelques compléments de 1ère année.

- Dérivabilité en un point, sur un intervalle, dérivées successives, $\mathcal{C}^p$-difféomorphisme.
- Compléments : dérivée d'une application bilinéaire, d'un déterminant.
- Pour les fonctions numériques : extrémum local, thm de Rolle, TAF, variation d'une fonction, limite de la dérivée, convexité.

# Formes bilinéaires et symétriques:

- Définition d'une FBSDP, représentation matricielle. Matrices congruentes.
- Formes quadratiques : identité de polarisation, expression développée.

Formes quadratiques définies positives, inégalité de Cauchy-Schwarz, de Minkowski.
Matrices positives.
Rang, noyau, forme non dégénérée : diverses caractérisations.

**JOYEUX NOËL**

**MEILLEURS VŒUX POUR L'ANNÉE 2005**